

Anordnungs- und Auswahlmöglichkeiten von Elementen einer Menge:

Fragestellungen:	<i>eine konkrete Möglichkeit:</i>	Element	Beispiel: $p_1 = (1\ 3\ 2)$
	<i>alle Möglichkeiten:</i>	Menge aller ...	Beispiel: $P = \{ p_1, p_2, \dots \}$
	<i>Anzahl aller Möglichkeiten:</i>	Mengenmächtigkeit	Beispiel: $P = P $

Anordnungen

- Permutationen

Anordnung von n verschiedenen Elemente		Beispiel: $n = 3$, Elemente a, b, c					
Permutation - konkrete Anordnung $p_k, (k = 1, 2, \dots)$		$p_1 = abc, p_2 = acb, p_3 = bac, \dots$					
in natürlicher (lexikografischer) Reihung:		$abc, acb, bac, bca, cab, cba$					
Inversionen - Fehlstellungen gegenüber natürl. Reihenfolge		1 für acb wegen c vor b					
gerade Permutation - gerade Inversionenzahl		0: $abc, 2: bca, cab$					
ungerade Permutation - ungerade Inversionenzahl		1: $acb, bac, 3: cba$					
Beispiel: $n = 3$: Abbildung, Umordnungsvorschrift	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	
Abbildungsergebnis	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	
Ausgangsmuster ↓ Zielmuster ↓	$\begin{matrix} abc \\ \downarrow \\ abc \end{matrix}$	$\begin{matrix} abc \\ \downarrow \\ acb \end{matrix}$	$\begin{matrix} abc \\ \downarrow \\ bac \end{matrix}$	$\begin{matrix} abc \\ \downarrow \\ bca \end{matrix}$	$\begin{matrix} abc \\ \downarrow \\ cab \end{matrix}$	$\begin{matrix} abc \\ \downarrow \\ cba \end{matrix}$	
Zielmuster	abc	acb	bac	bca	cab	cba	
zyklische Schreibweise	(1)	(2 3)	(1 2)	(1 3 2)	(1 2 3)	(1 3)	
Menge der Permutationen - $P_n = \{ p_1, p_2, \dots \}$		$P_3 = \{ abc, acb, bac, bca, cab, cba \}$					
Anzahl der Permutationen - $P_n = n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$		$P_3 = 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$					
Anordnung von n Elemente bei k Sorten mit Sortenhäufigkeiten $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$		Beispiel: $n = 3$, Elemente a, a, b $n_1 = 2, n_2 = 1, n_1 + n_2 = 3$					
Permutation - konkrete Anordnung $p_k, (k = 1, 2, \dots)$		$p_1 = aab, p_2 = aba, p_3 = baa$					
Menge der Permutationen - $P_n^{n_1, n_2, \dots} = \{ p_1, \dots \}$		$P_3^{2, 1} = \{ aab, aba, baa \}$					
Anz. d. Permutationen - $P_n^{n_1, n_2, \dots} = n! / (n_1! \cdot n_2! \cdot \dots)$		$P_3^{2, 1} = 3! / (2! \cdot 1!) = 6 / (2 \cdot 1) = 3$					

Auswahl mit Beachtung der Reihenfolge (der Anordnung)

- Variationen

Auswahl von k aus n Elemente ohne Wiederholung		Beispiel $n = 3, k = 2$, Elemente a, b, c	
Variation - konkrete Auswahl $v_k, (k = 1, 2, \dots)$		$v_1 = ab, v_2 = ac, v_3 = ba, \dots$	
Menge der Variationen - $V_n^k = \{ v_1, \dots \}$		$V_3^2 = \{ ab, ac, ba, \dots \}$	
Anzahl der Variationen - $V_n^k = n! / (n - k)!$		$V_3^2 = 3! / (3 - 2)! = 6 / 1 = 6$	
Auswahl von k aus n Elemente mit Wiederholung		Beispiel: $n = 3, k = 2$, Elemente a, b, c	
Variation - konkrete Auswahl $v_k, (k = 1, 2, \dots)$		$v_1 = aa, v_2 = ab, v_3 = ba, \dots$	
Menge der Variationen - $V_n^k_w = \{ v_1, \dots \}$		$V_3^2_w = \{ aa, ab, ac, ba, \dots \}$	
Anzahl der Variationen - $V_n^k_w = n^k$		$V_3^2_w = 3^2 = 9$	

Auswahl ohne Beachtung der Reihenfolge (der Anordnung) - Kombinationen

Auswahl von k aus n Elemente ohne Wiederholung		Beispiel: $n = 3, k = 2$, Elemente a, b, c	
Kombination - konkrete Auswahl $c_k, (k = 1, 2, \dots)$		$c_1 = ab, c_2 = ac, c_3 = bc$	
Menge der Kombinationen - $C_n^k = \{ c_1, \dots \}$		$C_3^2 = \{ ab, ac, bc \}$	
Anzahl der Kombinationen - $C_n^k = \binom{n}{k}$		$C_3^2 = \binom{3}{2} = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 2} = \frac{6}{2} = 3$	
Auswahl von k aus n Elemente mit Wiederholung		Beispiel: $n = 3, k = 2$, Elemente a, b, c	
Kombination - konkrete Auswahl $c_k, (k = 1, 2, \dots)$		$c_1 = aa, c_2 = ab, c_3 = bb, \dots$	
Menge der Kombinationen - $C_n^k_w = \{ c_1, \dots \}$		$C_3^2_w = \{ aa, ab, ac, bb, \dots \}$	
Anzahl der Kombinationen - $C_n^k_w = \binom{n+k-1}{k}$		$C_3^2_w = \binom{3+2-1}{2} = \binom{4}{2} = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = \frac{12}{2} = 6$	